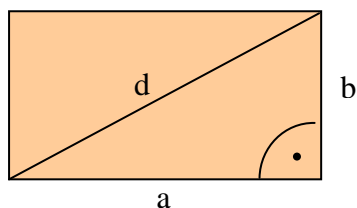


## GEOMEETRIA

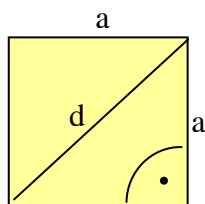


### Ristkülik

$$S = ab$$

$$P = 2(a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

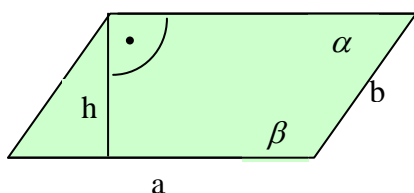


### Ruut

$$S = a^2$$

$$P = 4a$$

$$d = a\sqrt{2}$$

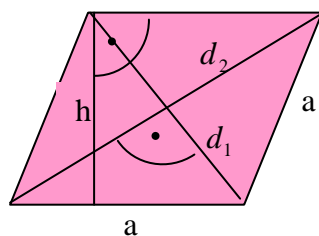


### Rööpkülik

$$S = ah = absin \alpha$$

$$P = 2(a + b)$$

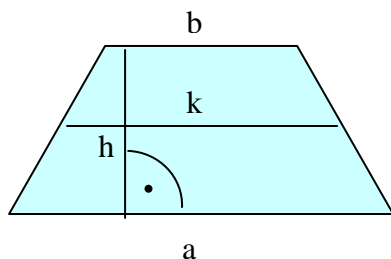
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



### Romb

$$S = ah = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

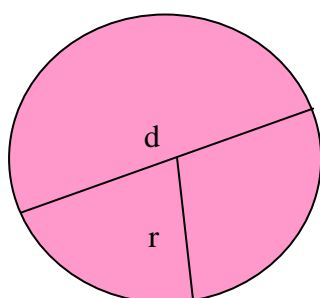
$$P = 4a$$



### Trapets

$$\text{Keskliik } k = \frac{a + b}{2}$$

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h = kh$$

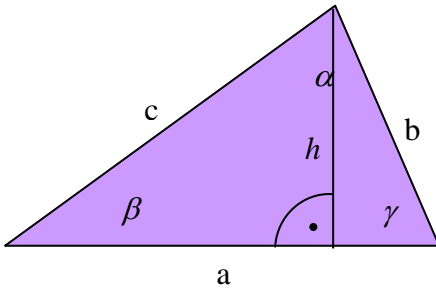


### Ringjoon, ring, sektor

$$d = 2r$$

$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$



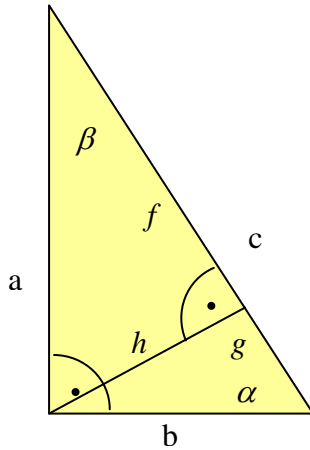
**Kolmnurk**

$P = a + b + c$

$S = \frac{ah}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2}$

Heroni valem  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



**Täisnurkne kolmnurk**

Pythagorase teoreem  $a^2 + b^2 = c^2$

Eukleidese teoreem  $a^2 = fc, b^2 = gc$

Teoreem kõrgusest  $h^2 = fg$

$S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta$

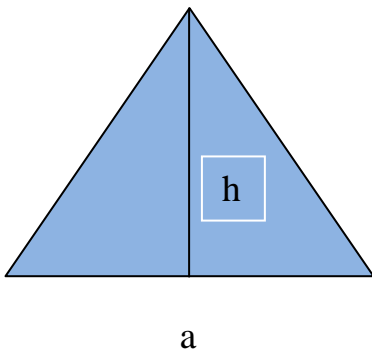
$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta$

$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \cot \beta$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

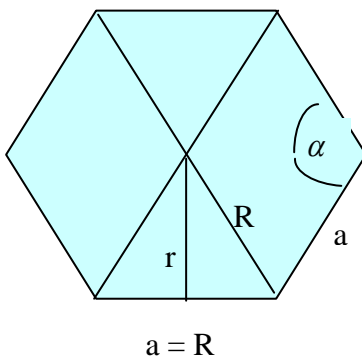
$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha} = \cot \alpha$



**Võrdkülgne kolmnurk**

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$S = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$



**Korrapärane kuusnurk**

$\alpha = 120^\circ$

$R = a$

$r = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

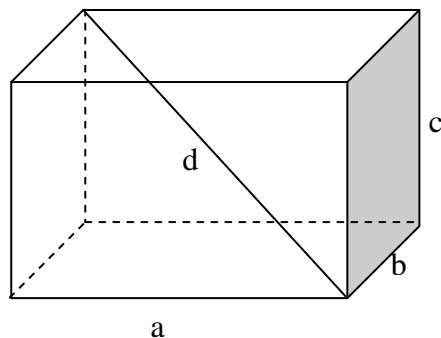
$S = \frac{nar}{2} = \frac{6\sqrt{3}a^2}{4}$

### Risttahukas

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

$$V = S_p \cdot H = abc$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

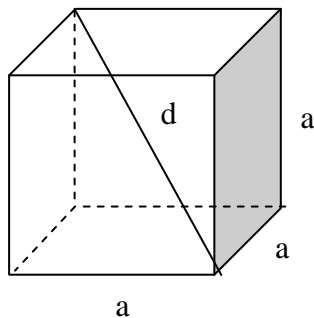


### Kuup

$$S = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{3}$$

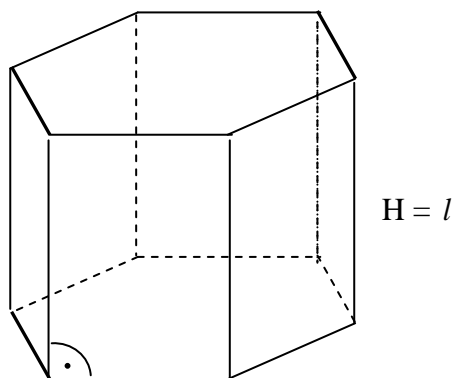


### Püstprisma

$$S_t = 2S_p + S_k$$

$$\text{Külg pindala } S_k = P \cdot H$$

$$V = S_p \cdot H$$



### Korrapärane püramiid

$$S_t = S_p + S_k$$

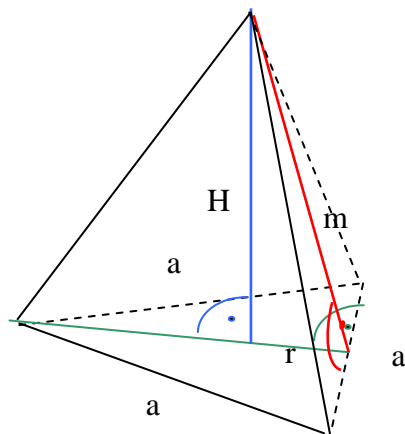
$$\text{Põhja pindala } S_p = \frac{nar}{2} = \frac{Pr}{2}$$

Kui põhjaks on korrapärane kolmurt

$$S_p = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$\text{Külg pindala } S_k = \frac{nam}{2} = \frac{Pm}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot H$$



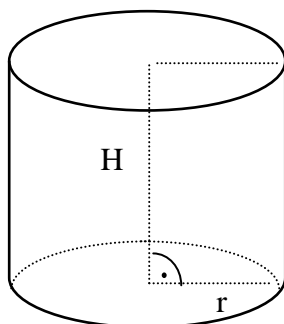
### Silinder

$$S_t = 2S_p + S_k = 2\pi r(h + r)$$

$$S_p = \pi r^2$$

$$S_k = 2\pi r \cdot H$$

$$V = S_p \cdot H = \pi r^2 \cdot H$$



## Koonus

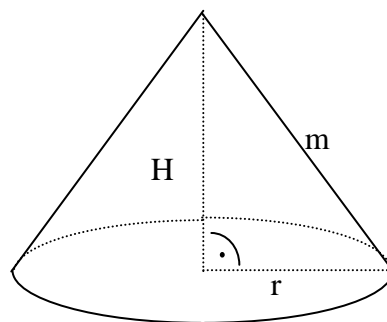
$$m^2 = r^2 + H^2$$

$$S_i = S_p + S_k = \pi r(m + r)$$

$$S_p = \pi r^2$$

$$S_k = \pi r \cdot m$$

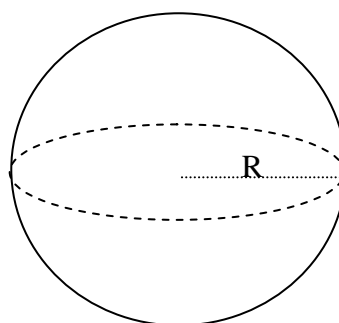
$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot H = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$



## Kera

$$S = 4\pi R^2$$

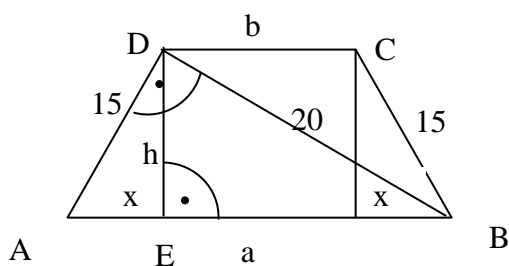
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$



## NÄITEÜLESANDED.

- 1) Võrdhaarse trapetsi diagonaal on risti haaraga. Arvutage trapetsi pindala, kui trapetsi haar on 15 cm ja diagonaal 20 cm.

*Lahendus.*



Leiame külje  $a = AB$  (hüpoteenus) täisnurksest kolmnurgast ABD Pythagorase teoreemi abil  $a = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25(\text{cm})$ .

Järgmisena leiame trapetsi kõrguse  $h$ , mis on ka kolmnurga ABD kõrguseks.

Kolmnurga ABD pindala saame leida nii kaatetite kui ka aluse ja kõrguse kaudu

$$S = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150(\text{cm}^2) \Rightarrow \frac{a \cdot h}{2} = 150 \Rightarrow \frac{25 \cdot h}{2} = 150 \Rightarrow h = 12(\text{cm}).$$

Kuna tegemist on võrdhaarse trapetsiga, siis trapetsi alus  $b = a - 2x$ .

Leiame lõigu  $x$  kasutades Pythagorase teoreemi kolmnurgas AED

$$x = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm}). \text{ Saame aluse } b = 25 - 2 \cdot 9 = 7(\text{cm}).$$

$$\text{Leiame pindala } S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{25+7}{2} \cdot 12 = 192(\text{cm}^2).$$

Vastus. Trapetsi pindala on  $192 \text{ cm}^2$ .

**2) Rööpküliku übermõõt on  $90 \text{ cm}$  ja teravnurk on  $60^\circ$ . Rööpküliku diagonaal jaotab nürinurga suhtes  $1:3$ . Leidke rööpküliku küljed.**

*Lahendus.*

Ülesande andmete kohaselt rööpküliku ABCD übermõõt on

$$2(a+b) = 90(\text{cm}) \Rightarrow a+b = 45(\text{cm}).$$

Kuna diagonaal jaotab nürinurga suhtes  $1:3$ , siis tähistades ühes osa tähega  $\alpha$ , on teine pool  $3\alpha$  ning terve nürinurk  $4\alpha$ .

Teame, et rööpküliku iga külje lähisnurkade summa on  $180^\circ$ .

$$60^\circ + 4\alpha = 180^\circ$$

$$4\alpha = 180^\circ - 60^\circ$$

$$4\alpha = 120^\circ | :4$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Näeme, et diagonaal jaotab rööpküliku kaheks täisnurkseks kolmnurgaks

( $3\alpha = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$ ) ja siit saame leida lähiskülgede vahelise seose, kuna täisnurksest

$$\text{kolmnurgast } \cos 60^\circ = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b}{a} \Rightarrow a = 2b.$$

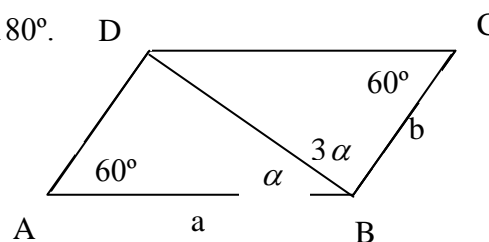
Saame moodustada võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} a+b = 45 \\ a = 2b \end{cases} \Rightarrow 2b+b = 45 \Rightarrow 3b = 45 | :3 \Rightarrow b = 15$$

$$a = 2 \cdot 15 = 30$$

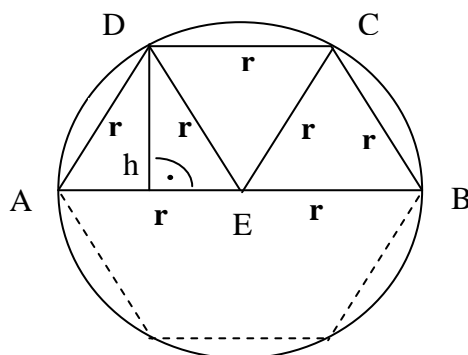
Seega on rööpküliku küljed  $15 \text{ cm}$  ja  $30 \text{ cm}$ .

Vastus. Rööpküliku küljed on  $15 \text{ cm}$  ja  $30 \text{ cm}$ .



**3) Ringi sisse on kujundatud trapets, mille pikem alus ühtib ringi diameetriga, lühem alus aga on võrdne haaradega. Leidke trapetsi pindala, kui ringi raadius on  $1 \text{ dm}$ .**

*Lahendus.*



Kuna ülesande andmete põhjal  $AD = DC = BC$  ja  $DC \parallel AB$ , siis moodustab trapets ABCD poole korrapärasest kuusnurgast ning samas kolmnurgad AED, CDE ja EBC on võrdsed ja võrdkülgised. Leiame võrdkülgse kolmnurga kõrguse (mis on ka trapetsi

kõrguseks) Pythagorase teoreemi abil.

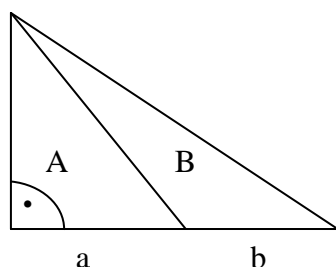
$$h = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot r}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trapetsi pindala } S = \frac{2r+r}{2} \cdot h = \frac{3r}{2} \cdot h = \frac{3 \cdot 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2).$$

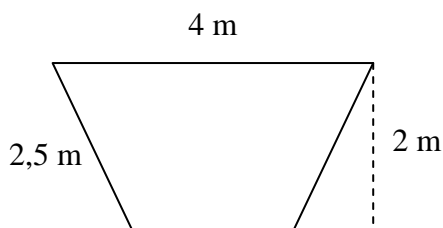
Vastus. Trapetsi pindala on  $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ .

### HARJUTUSÜLESANDED

- 1) On antud täisnurkne kolmnurk, kus  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$  ja kolmnurga  $B$  pindala  $S_B = 24 \text{ cm}^2$ . Leia kujundi  $A$  pindala. Selgita lahendust.  $V: 40 \text{ cm}^2$ .



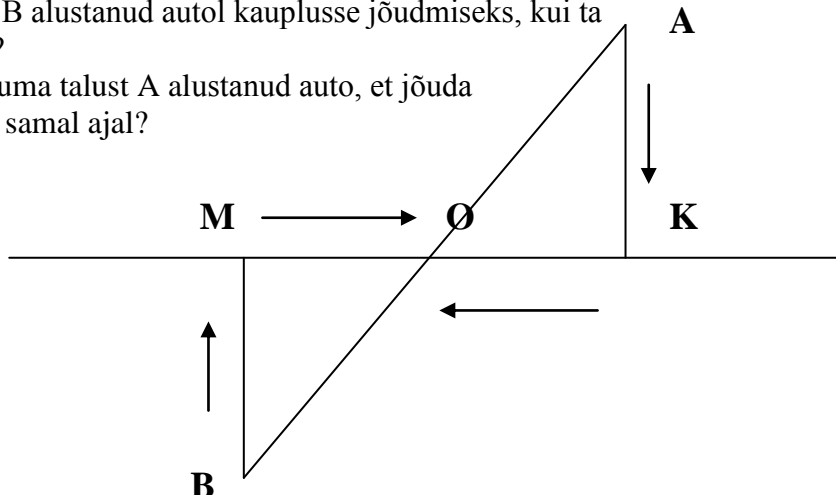
- 2) Ringi, mille ümbermõõt on  $50\pi \text{ cm}$ , on joonestatud kaks paralleelset kõõlu pikkustega  $40 \text{ cm}$  ja  $1,4 \text{ dm}$ . Leia kõõludevaheline kaugus. Selgita lahendust.  $V: 9 \text{ cm}$
- 3) Võrdhaarse trapetsi kujulisele tulbipeenrale kujundati juurde täisnurkse kolmnurga kujuline nartsissipeenar (vt. joonist). Leia mõlema peenra pindalad.  $V: 5 \text{ m}^2, 1,5 \text{ m}^2$ .



- 4) Talumehel on metsatükk, millel on võrdhaarse kolmnurga kuju. Plaanil mõõduga  $1 : 5000$  on selle kolmnurga haar  $17 \text{ cm}$  ja alus  $16 \text{ cm}$ .
- Mitu kilomeetrit on selle metsatüki ümbermõõt looduses?
  - Kui suur on selle metsatüki pindala kaardil? Looduses?
- $V: 2,5 \text{ km}; 120 \text{ cm}^2, 0,3 \text{ km}^2$ .
- 5) Kaks autot alustavad üheaegselt liikumist vastavalt taludest A ja B ning liiguvad mööda teid AK ja BM, mis mõlemad on risti maanteega KM. Kui autod on jõudnud punktidesse K ja M, liiguvad nad edasi mööda maanteed kaupluse

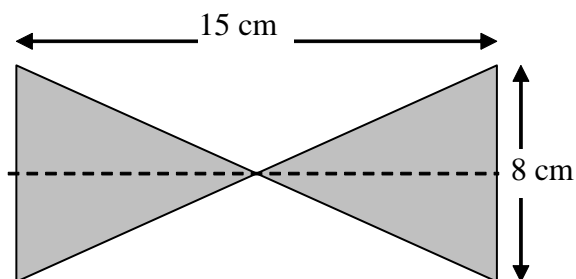
(joonisel punkt O) poole. On teada, et  $BM = 4000$  m,  $AK = 3000$  m ja  $KO = 6000$  m.

- Arvuta tee OM pikkus kilomeetrites ja põhjenda oma arvutuskäiku.
- Kui palju aega kulub talust B alustanud autol kauplusse jõudmiseks, kui ta sõidab keskmiselt 60 km/h?
- Millise kiirusega peaks liikuma talust A alustanud auto, et jõuda kohtumispaika teise autoga samal ajal?  
V: 8 km, 12 min, 45 km/h.

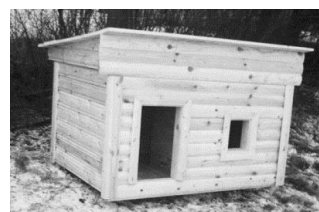
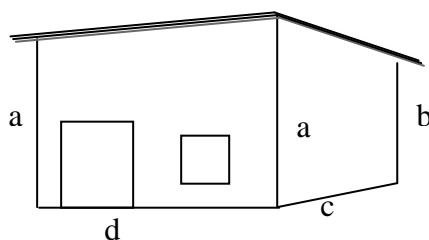


- Torni A katus on koonusekujuline ning torni B katus korrapärase nelinurkse püramiidi kujuline. Torni A kõrgus on 4,5 m ja telglõike alusnurk  $53^\circ$ . Torni B kõrgus on 5,2 m ja külgtahu apoteem 6,4 m. Leia mõlema katuse katmiseks vajamineva pleki kogus, kui valtsimiseks arvestada 5% kogu vajaminevast plekist. Kumma katuse materjali kulu on suurem ja kui palju?  
V: A ligikaudu  $63,1$  m<sup>2</sup> ja B ligikaudu  $100,5$  m<sup>2</sup>.

- Kikilipsukujuline tasandiline kujund, mille mõõdud on näha joonisel, pandi pöörlema ümber punktiiriga tähistatud telje. Leia tekkinud pöördkeha täispindala ja ruumala. Kui palju kulub värvi sellise kujundi värvimiseks, kui 1 cm<sup>2</sup> peale läheb 0,5 g värvi? V: Ligikaudu  $314$  cm<sup>2</sup> ja  $251$  cm<sup>3</sup>, 160 g.



- Priit ehitas oma Murile kuudi, mille mõõdud olid järgmised:  $a = 1$  m,  $b = 80$  cm,  $c = 0,85$  m ja  $d = 1,48$  m. Millise kaldenurgaga paigaldas ta kuudi katuse? Kui palju värvi kulub tal kuudi külgede värvimiseks (ukse ja akna pindala pole tarvis arvestada), kui 4 m<sup>2</sup> katmiseks kulub 1 kg värvi?



V:  $76^\circ 46'$  ehk  $103^\circ 14'$ ; 1,05 kg